



Επαναληπτικές εξετάσεις στο μάθημα ΦΥΣΙΚΗ Ι 7 Σεπτεμβρίου 2000

Διδάσκοντες: Ρ. Βλαστού, Σ. Παπαδόπουλος, Κ. Χριστοδουλίδης

Διάρκεια εξέτασης: 2,5 ώρες Απαντήστε σε όλα τα θέματα Τα θέματα είναι ισοδύναμα

Θέμα 1 Σε εορταστική εκδήλωση μιας αερολέσχης, ένας αλεξιπτωτιστής πέφτει με μηδενική αρχική ταχύτητα από ύψος 3000 m. Με το αλεξιπτωτο κλειστό, κάποια στιγμή αποκτά ταχύτητα $v_1 = 40$ m/s.

(α) Στο διάστημα αυτό, η αντίσταση που ασκεί ο αέρας πάνω στον αλεξιπτωτιστή είναι ανάλογη της ταχύτητάς του με σταθερά αναλογίας $b = 1,5$ kg/s, η δε μάζα του αλεξιπτωτιστή με τη στολή του είναι 66 kg. Γράψτε την εξίσωση κίνησης του αλεξιπτωτιστή. Πάρτε τον κατακόρυφο άξονα ως άξονα y , με θετικές τιμές προς τα κάτω, και την αρχική θέση του αλεξιπτωτιστή ως $y = 0$. Λύστε την εξίσωση για να βρείτε την ταχύτητα $v(t)$ του αλεξιπτωτιστή συναρτήσει του χρόνου.

(β) Πόση είναι η ορική ταχύτητα v_{op} του αλεξιπτωτιστή;

(γ) Πόση απόσταση κάλυψε για να φθάσει την ταχύτητα $v_1 = 40$ m/s;

(δ) Είναι συμβιβαστά τα δεδομένα; Εξηγήστε γιατί. (Θεωρήστε $g = 10$ m/s²) *.

Θέμα 2 Σημειακή μάζα m κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, σε τροχιά που δίνεται από τις εξισώσεις

$$x(t) = x_0 \cos \omega_1 t \quad y(t) = y_0 \sin \omega_2 t$$

όπου t είναι ο χρόνος και τα $x_0, y_0, \omega_1, \omega_2$ είναι σταθερά.

(α) Ποιες είναι, συναρτήσει των x και y , οι συνιστώσες F_x και F_y της συνολικής δύναμης που ασκείται πάνω στην m ; Γράψτε το διάνυσμα της δύναμης \vec{F} . Με ποια προϋπόθεση είναι αυτή η δύναμη κεντρική;

(β) Στη γενική περίπτωση (δηλαδή ανεξάρτητα από την πιο πάνω προϋπόθεση), βρέστε τη δυναμική ενέργεια του σώματος συναρτήσει των x και y . Θεωρήστε ότι η δυναμική ενέργεια είναι ίση με μηδέν στο σημείο $(0, 0)$.

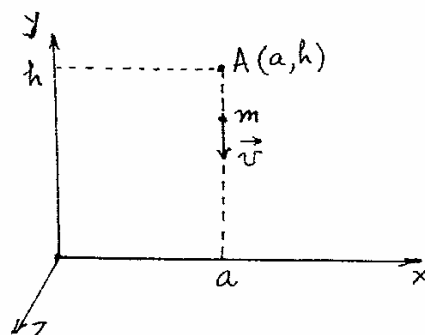
(γ) Αφού βρείτε την κινητική ενέργεια της m , δείξτε ότι το άθροισμά της με τη δυναμική ενέργεια είναι σταθερό.

Θέμα 3 (α) Σημειακή μάζα m αφήνεται να πέσει ελεύθερα από το σημείο $A(a, h)$ σε ύψος h από το έδαφος, όπως δείχνει το σχήμα.

(i) Ποια είναι, συναρτήσει του χρόνου, η στροφορμή

\vec{L} της m ως προς το σημείο $O(0,0)$;

(ii) Είναι σταθερή η \vec{L} ; Πώς το εξηγείτε; Αναφέρετε ένα σημείο ως προς το οποίο η στροφορμή της m είναι σταθερή.



(βλ. πίσω)

(β) Σημειακή μάζα m κινείται στο επίπεδο xy σε κυκλική τροχιά με ακτίνα R και κέντρο στο σημείο $K(R, 0)$, έτσι ώστε, συναρτήσει του χρόνου t , είναι

$$x(t) = R(1 + \cos \omega t), \quad y(t) = R \sin \omega t.$$

- (i) Αφού βρείτε το διάνυσμα θέσης \vec{r} και την ταχύτητα \vec{v} της μάζας, σχεδιάστε την τροχιά, σημειώνοντας στο σχήμα: το κέντρο K του κύκλου, το διάνυσμα \vec{r} , τη γωνία ωt και το διάνυσμα της ταχύτητας \vec{v} .
- (ii) Βρείτε, συναρτήσει του χρόνου, τη στροφορμή \vec{L} της μάζας ως προς το σημείο $O(0,0)$. Υπολογίστε τη ροπή που ασκείται πάνω στη μάζα και εξηγήστε σε ποια δύναμη οφείλεται η ροπή αυτή.

Θέμα 4 (α) Ένας μεγάλος αριθμός, N_0 , ασταθών σωματιδίων, δημιουργείται μέσα στην ατμόσφαιρα της Γης, σε ύψος $H = 30 \text{ km}$ από την επιφάνειά της. Στο σύστημα ηρεμίας των σωματιδίων, κατά μέσον όρο, τα μισά διασπώνται σε χρονικό διάστημα $\tau = 1 \times 10^{-6} \text{ s}$.

- (i) Αν ο αριθμός των σωματιδίων που επιζούν και φθάνουν στην επιφάνεια της Γης είναι $N_0/2^{10}$, πόση ήταν η διάρκεια του ταξιδιού των σωματιδίων μέσα στην ατμόσφαιρα, όπως αυτή μετρήθηκε στο δικό τους σύστημα αναφοράς;
- (ii) Υποθέστε ότι, με πολύ καλή προσέγγιση, στο σύστημα αναφοράς της Γης τα σωματίδια κινούνται με ταχύτητα πολύ κοντά στην ταχύτητα του φωτός στο κενό ($c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$). Με αυτό ως δεδομένο, βρείτε τη χρονική διάρκεια του ταξιδιού των σωματιδίων μέσα στην ατμόσφαιρα, όπως αυτή μετρήθηκε στο σύστημα αναφοράς της Γης. Από τις δύο χρονικές διάρκειες που βρέθηκαν, ποιος προκύπτει ότι είναι ο ακριβής λόγος $\beta = v/c$ της ταχύτητας των σωματιδίων ως προς τη Γη, v , προς την ταχύτητα του φωτός στο κενό, c ;

(β) Ένα σωματίδιο βρίσκεται ακίνητο στο σύστημα αναφοράς S . Η μάζα ηρεμίας του σωματιδίου είναι $5m_0$, όπου m_0 είναι μια γνωστή σταθερά. Το σωματίδιο διασπάται συμμετρικά σε δύο πανομοιότυπα σωματίδια με μάζα ηρεμίας $2m_0$ το καθένα, τα οποία κινούνται πάνω στον άξονα των x .

- (i) Να βρεθούν τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σωματιδίων στο σύστημα αναφοράς S .
- (ii) Ένα άλλο σύστημα αναφοράς, S' , κινείται ως προς το S με σταθερή ταχύτητα $\vec{V} = V\hat{x}$. Στο σύστημα αυτό το ένα σωματίδιο εμφανίζεται ακίνητο. Ποια είναι η ταχύτητα του άλλου σωματιδίου στο σύστημα αναφοράς S' ; (Προσοχή στα πρόσημα!)

Χρήσιμες σχέσεις

$$\int \frac{dx}{a+bx} = \frac{1}{b} \ln(a+bx) \quad \vec{L} = M \vec{r} \times \vec{v} \quad \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N} \quad \vec{N} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Για μικρά a , είναι $\sqrt{1+a} \approx 1 + \frac{1}{2}a$ $\beta \equiv \frac{V}{c}$ $\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$

Μετασχηματισμός Lorentz: $x' = \gamma(x - Vt)$ $y' = y$ $z' = z$ $t' = \gamma\left(t - \frac{V}{c^2}x\right)$

Μετασχηματισμός ταχυτήτων: $v'_x = \frac{v_x - V}{1 - v_x V/c^2}$ $v'_y = \frac{v_y}{\gamma(1 - v_x V/c^2)}$ $v'_z = \frac{v_z}{\gamma(1 - v_x V/c^2)}$

$\Delta t = \gamma \Delta t_0$ $E = \gamma m_0 c^2$ $m = \gamma m_0$

* Στο τέλος το αλεξίπτωτο άνοιξε και όλα πήγαν καλά.